



CONCURSUL INTERJUDEȚEAN “ MICII BĂLCEȘTI”

Ediția a III a, 16.01.2026, Matematică

Clasa a IV a

1. Să se determine numerele naturale a din egalitatea:

$$\left[(322 : 7 + 5 \cdot 18 - 12) : 4 - a \right] \cdot 3 = 78$$

Soluție:

$$(322 : 7 + 5 \cdot 18 - 12) : 4 - a = 78 : 3 \quad (6p)$$

$$(46 + 90 - 12) : 4 - a = 26 \quad (6p)$$

$$(136 - 12) : 4 - a = 26 \quad (6p)$$

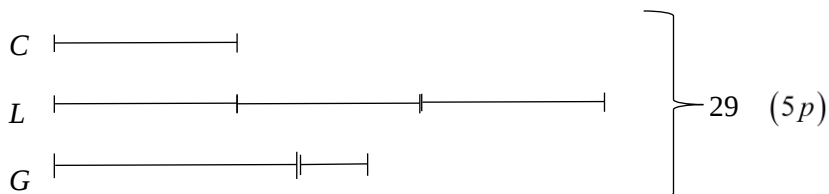
$$124 : 4 - a = 26 \quad (6p)$$

$$31 - a = 26 \quad (3p)$$

$$a = 5 \quad (3p)$$

2. Cătălin, Lucian și Gabriel au împreună 29 de portocale. Câte portocale are fiecare dintre ei dacă Lucian are de trei ori mai multe portocale decât Cătălin, iar Gabriel are mai multe portocale decât Cătălin și mai puține decât Lucian.

Soluție:



$$29 = 5 \cdot 5 + 4 \quad (5p)$$

$$29 = 7 \cdot 4 + 1 \quad (5p)$$

$$C = 5 \quad (5p)$$

$$L = 15 \quad (5p)$$

$$G = 29 - 5 - 15 = 9 \quad (5p)$$

3. În pătratul de mai jos suma numerelor de pe fiecare linie, de pe fiecare coloană și de pe fiecare dintre cele două diagonale este aceeași. Determinați numerele a , b , c , d , e .

a	b	8
5	c	d
22	e	12



Soluție:

$$a + 12 = 8 + 22 \ (5p) \Rightarrow a = 30 - 12 \Rightarrow a = 18 \ (5p)$$

În consecință, suma pe fiecare linie, coloană și diagonală va fi $18 + 5 + 22$, adică 45.

$$b = 45 - 8 - 18 \Rightarrow b = 19 \ (5p)$$

$$c = 45 - 8 - 22 \Rightarrow c = 15 \ (5p)$$

$$d = 45 - 5 - 15 \Rightarrow d = 25 \ (5p)$$

$$e = 45 - 12 - 22 \Rightarrow e = 11 \ (5p)$$



CONCURSUL INTERJUDEȚEAN “ MICII BĂLCEȘTI”

Ediția a III a, 16.01.2026, Matematică

Clasa a V a

1. Determinați numerele de forma $\overline{abc}$ cu proprietatea: $2^{\overline{abc}} 2^{\overline{bcd}} 2^{\overline{cda}} \leq 8^{148}$.

Prof. Ciprian Dobraniș, Brăila

Soluție:

Relația din enunț devine

$$2^{\overline{abc}} 2^{\overline{bcd}} 2^{\overline{cda}} \leq 8^{148} \Rightarrow 2^{\overline{abc} + \overline{bcd} + \overline{cda}} \leq 2^{444} \Rightarrow 100a + 10b + c + 100b + 10c + 100c + a + 11d \leq 444(5p) \Rightarrow$$
$$101a + 110b + 111c + 11d \leq 444 \Rightarrow 100(a + b + c) + a + 10b + 11c + 11d \leq 444 \Rightarrow a + b + c = 3 \text{ sau } 4(5p) \Rightarrow$$

$$i) a + b + c = 3 \Rightarrow \overline{abc} = 111(5p)$$

$$ii) a + b + c = 4 \Rightarrow \overline{abc} = 112, 121, 211(15p)$$

2. Fie numărul $\overline{abcd}$ divizibil cu 7.

- a) Determinați cel mai mic număr $\overline{abcd}$ divizibil cu 7.
- b) Demonstrați ca numărul $\overline{bcd00a}$ este divizibil cu 7.

Prof. Simona Slobodeanu, Brăila

Soluție :

$$a) 1001 = 7 \cdot 11 \cdot 13 \quad (5p)$$

$$b) \text{ Avem } \overline{abcd} = a \cdot 1000 + \overline{bcd} = a \cdot 1001 - a + \overline{bcd} : 7 \quad (5p) \Rightarrow \overline{bcd} - a : 7(10p)$$

$$\overline{bcd00a} = 1000 \cdot \overline{bcd} + a = 1001 \cdot \overline{bcd} - \overline{bcd} + a \quad (5p) = 1001 \cdot \overline{bcd} - (\overline{bcd} - a) : 7(5p)$$

3. Aflați pătratele perfecte $\overline{abc}$, știind că $\overline{cba}$ și $\overline{acb}$ sunt pătrate perfecte.

Prof. Carmen Botea și Viorel Botea, Brăila

Soluție:

Pătratele perfecte de 3 cifre nenule sunt 121, 144, 169, 196, 225, 256, 289, 324, 361, 441, 484, 529, 576, 625, 676, 729, 841 și 961. (10p)

Cifrele a, b, c pot fi 1, 4, 5, 6 sau 9. (5p)

$\overline{abc}$ poate fi 144, 169, 196, 441, 961 (5p)

Deoarece $\overline{abc}, \overline{cba}$ și $\overline{acb}$ sunt pătrate perfecte, atunci $\overline{abc} = 169(5p)$ și $\overline{abc} = 144. (5p)$



CONCURSUL INTERJUDEȚEAN “ MICII BĂLCEȘTI” ,

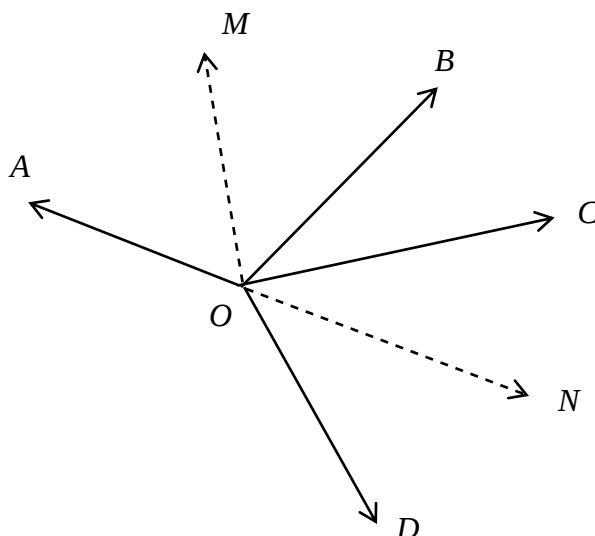
Ediția a III a, 16.01.2026, Matematică

Clasa a VI a

1. Unghiurile AOB, BOC, COD și DOA sunt în jurul punctului O , (OM și ON sunt bisectoarele unghiurilor AOB , respectiv DOC , C în interiorul unghiului MON . Dacă $MON = 100^\circ$ și $MOC = 70^\circ$, demonstrați că $AOD - BOC = 160^\circ$.

Prof. Carmen și Viorel Botea, Brăila

Soluție:



(3p)

$$MON = \frac{AOB + COD}{2} + BOC = 100^\circ \quad (3p)$$

$$MOC = MON - \frac{COD}{2} = 70^\circ = 100^\circ - \frac{COD}{2} = 70^\circ \quad (6p) \Rightarrow \frac{COD}{2} = 30^\circ \Leftrightarrow COD = 60^\circ \quad (6p)$$

$$\frac{AOB}{2} + 30^\circ + BOC = 100^\circ \Leftrightarrow \frac{AOB}{2} + BOC = 70^\circ \quad (3p) \Rightarrow AOB + 2BOC = 140^\circ. \quad (3p)$$

$$AOB + BOC + COD + DOA = 360^\circ \quad (3p) \Rightarrow AOD - BOC = 360^\circ - AOB - 2BOC - COD =$$

$$AOD - BOC = 360^\circ - AOB - 2BOC - 60^\circ =$$

$$= 300^\circ - AOB - 2BOC = 300^\circ - (AOB + 2BOC) = 300^\circ - 140^\circ = 160^\circ \quad (3p)$$

2. Fie numerele naturale x și y care verifică relația $3xy - 15x + 8y = 2066$. Determinați ultima cifră a numărului y^x .

Prof. Adela Dimov, Brăila

Soluție:



$$3xy + 8y = 15x + 2066 \Leftrightarrow y(3x + 8) = 15x + 2066(3p).$$

$$\text{Atunci } y = \frac{15x + 2066}{3x + 8}(3p) \Leftrightarrow y = \frac{15x + 40 + 2026}{3x + 8} \Leftrightarrow y = \frac{5(3x + 8) + 2026}{3x + 8}. (5p)$$

$y = 5 + \frac{2026}{3x + 8}$ este număr natural. Atunci $3x + 8 \mid 2026$, (3p) de unde rezultă că $3x + 8$ aparține mulțimii

divizorilor naturali ai lui 2026. Aceștia sunt 1, 2, 1013 și 2026. (3p)

Dar $3x + 8 \geq 8$ și atunci rămân de analizat doar ultimele două posibilități.

1. Dacă $3x + 8 = 1013$ rezultă $x = 335$ și $y = 7$. (5p)

2. Dacă $3x + 8 = 2026$ rezultă că x nu este număr natural. (5p)

335 este de forma $4k + 3$ și atunci $u(7^{335}) = u(7^3) = 3$. (3p)

3. Determinați numerele naturale de două cifre $\overline{ab}$ pentru care are loc relația $(a + b + 2) \cdot \overline{ab} = \overline{aab}$.

Prof. Andreea Maria Popa, Brăila

Soluție:

$$(a + b + 2) \cdot \overline{ab} = 100a + \overline{ab} \Leftrightarrow (a + b + 1) \cdot \overline{ab} = 100a : 25 \quad (5p)$$

Cel puțin unul dintre termenii $a + b + 1$ și $\overline{ab}$ trebuie să fie divizibil cu 5. (5p)

Cum $2 \leq a + b + 1 \leq 19$, avem cazurile

1. $a + b + 1 = 5 \Rightarrow 5\overline{ab} = 100a \Rightarrow \overline{ab} = 20a \Rightarrow b = 10a$, fals. (3p)

2. $a + b + 1 = 10 \Rightarrow 10\overline{ab} = 100a \Rightarrow \overline{ab} = 10a \Rightarrow b = 0 \Rightarrow a = 9 \Rightarrow \overline{ab} = 90$. (3p)

$$a + b + 1 = 15 \Rightarrow 15\overline{ab} = 100a \Rightarrow 3 \cdot \overline{ab} = 20a \Rightarrow 3b + 10a = 0, \text{ fals. (3p)}$$

3. $a + b + 1$ nu este divizibil cu 5, atunci $\overline{ab} : 25 \Rightarrow \overline{ab} \in \{25, 50, 75\}$.

a. $\overline{ab} = 25 \Leftrightarrow (2 + 5 + 2) \cdot 25 = 225 \Leftrightarrow 9 \cdot 25 = 225$, adevărat. (3p)

b. $\overline{ab} = 50 \Leftrightarrow (5 + 0 + 2) \cdot 50 = 550 \Leftrightarrow 7 \cdot 50 = 550$, fals. (3p)

c. $\overline{ab} = 75 \Leftrightarrow (7 + 5 + 2) \cdot 75 = 775 \Leftrightarrow 14 \cdot 75 = 775$, fals. (3p)

Numerele care verifică relația sunt $\overline{ab} = 25$ și $\overline{ab} = 90$. (2p)



CONCURSUL INTERJUDEȚEAN “ MICII BĂLCEȘTI” ,

Ediția a III a, 16.01.2026, Matematică

Clasa a VII a

1. Determinați media geometrică a numerelor naturale a și b care verifică relația $4[a,b]^2 + (a,b)^2 = 148$, unde (a,b) și $[a,b]$ reprezintă cel mai mare divizor comun respectiv cel mai mic multiplu comun al numerelor a și b .

Prof. Carmen Botea și Viorel Botea, Brăila

Soluție:

$$\begin{aligned} a &= dx, b = dy, \text{ unde } d = (a, b) \text{ cu } x, y \in \mathbb{N}, (x, y) = 1 \Rightarrow [a, b] = dxy \quad (5p) \Rightarrow \\ \Rightarrow 4d^2 x^2 y^2 + d^2 &= 148 \Rightarrow d^2 (4x^2 y^2 + 1) = 148 = 4 \cdot 37 \quad (5p) \Rightarrow d = 2, \text{ deoarece } 4x^2 y^2 + 1 \text{ este impar.} \quad (10p) \\ \Rightarrow 4x^2 y^2 + 1 &= 37 \Rightarrow 4x^2 y^2 = 36 \Rightarrow x^2 y^2 = 9 \Rightarrow xy = 3 \quad (5p) \Rightarrow a \cdot b = 12 \Rightarrow \sqrt{a \cdot b} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}. \quad (5p) \end{aligned}$$

2. Rezolvați în mulțimea numerelor naturale ecuația $(2027^{2028} - 2026)x = 2025^x - 1$.

Prof. George-Florin Șerban, Brăila,

Soluție:

Se observă că $x = 0$ este soluție a ecuației. $(5p)$ Presupunem că $x \geq 1$. Atunci $2025^x - 1 = M_3 - 1$, $(5p)$ iar $2027^{2028} - 2026 = (M_3 - 1)^{2028} - M_3 - 1 = M_3 + 1 - M_3 - 1 = M_3 \quad (10p) \Rightarrow (2027^{2028} - 2026)x = M_3$, fals. $(10p)$.
În concluzie $x = 0$ este singura soluție a ecuației.

3. În dreptunghiul $ABCD$ notăm cu O intersecția diagonalelor. Perpendiculara în O pe AC intersectează latura DC în E și bisectoarea unghiului DAC în F . Perpendiculara în F pe AF intersectează latura DC în G . Arătați că $\triangle EFG$ este isoscel.

Prof. Ciprian Dobraniș, Brăila

Soluție :

Desen $(3p)$

$$\text{Notăm } \angle DAF = \angle FAC = a \quad (3p) \Rightarrow \angle ACD = 90^\circ - 2a \quad (3p)$$

$$\triangle EOC \text{ dreptunghic cu } \angle EOC = 90^\circ \Rightarrow \angle ECO = 90^\circ - 2a \Rightarrow \angle OEC = 2a \quad (3p)$$

$$\triangle AOF \text{ dreptunghic cu } \angle AFO = 90^\circ - a \quad (3p)$$

$$E, F, O \text{ coliniare cu } \angle AFG = 90^\circ \Rightarrow \angle EFG = a \quad (3p). \text{În } \triangle EFG \text{ aplicăm teorema unghiului exterior și avem}$$

$$\angle EGF = 2a - a = a \quad (10p) \Rightarrow \triangle EFG \text{ este isoscel} \quad (2p)$$



CONCURSUL INTERJUDEȚEAN “ MICII BĂLCEȘTI” ,

Ediția a III a, 16.01.2026

Clasa a VIII a

1. Determinați numerele naturale a și b care îndeplinesc simultan condițiile:

i) $a + b = 17$

ii) $2a + 3b + 7$ și $4a + 5b + 9$ sunt direct proporționale cu $5a + 9b - 1$ și $9a + 13b + 11$.

Prof. Andreea Maria Popa, Brăila

Soluție:

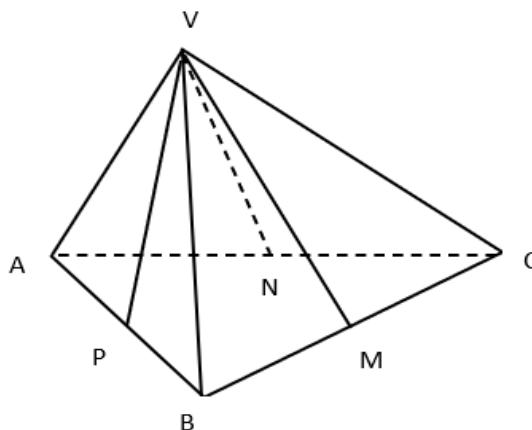
$$\begin{aligned} 2a + 3b + 7 ; 4a + 5b + 9 \text{ direct prop. cu } 5a + 9b - 1 ; 9a + 13b + 11 &\Leftrightarrow \frac{2a + 3b + 7}{5a + 9b - 1} = \frac{4a + 5b + 9}{9a + 13b + 11} (6p) \\ \Leftrightarrow \frac{2(a+b) + b + 7}{5(a+b) + 4b - 1} = \frac{4(a+b) + b + 9}{9(a+b) + 4b + 11} (6p) &\Rightarrow \frac{2 \cdot 17 + b + 7}{5 \cdot 17 + 4b - 1} = \frac{4 \cdot 17 + b + 9}{9 \cdot 17 + 4b + 11} \Leftrightarrow \frac{b + 41}{4b + 84} = \frac{b + 77}{4b + 164} (6p) \\ \Leftrightarrow \frac{b + 41}{4(b + 21)} = \frac{b + 77}{4(b + 41)} &\Leftrightarrow \frac{b + 41}{b + 21} = \frac{b + 77}{b + 41} \Leftrightarrow (b + 41)^2 = (b + 21)(b + 77) (6p) \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow b^2 + 82b + 41^2 = b^2 + 98b + 77 \cdot 21 &\Leftrightarrow 16b = 64 \Rightarrow b = 4 \Rightarrow a = 13. (6p) \end{aligned}$$

2. Fie M, N, P mijloacele muchiilor $(BC), (AC)$ și (AB) ale tetraedrului $VABC$. Arătați că dacă

$$VA \perp VM, VB \perp VN \text{ și } VC \perp VP \text{ atunci avem: } VA^2 + VB^2 + VC^2 \geq \frac{AB \cdot AC + AC \cdot BC + AB \cdot BC}{2}.$$

Prof. Carmen Botea și

Viorel Botea



(3p)

Soluție:

Aplicăm teorema lui Pitagora în triunghiul $\triangle VAM$, apoi relația medianei pentru VM și AM în $\triangle VBC$, respectiv.



$$AM^2 = VA^2 + VM^2 (3p) \Leftrightarrow \frac{2(AB^2 + AC^2) - BC^2}{4} = VA^2 + \frac{2(VB^2 + VC^2) - BC^2}{4} (6p) \Leftrightarrow \frac{2(AB^2 + AC^2) - BC^2}{4} = VA^2 + \frac{2(VB^2 + VC^2) - BC^2}{4} \Rightarrow 2VA^2 + VB^2 + VC^2 = AB^2 + AC^2, (1)$$

În mod analog relației (1), deducem:

$$2VB^2 + VA^2 + VC^2 = AB^2 + BC^2, (2)$$

$$2VC^2 + VA^2 + VB^2 = AC^2 + BC^2, (3) \quad (6p)$$

Adunăm relațiile (1), (2) și (3) și obținem:

$$4(VC^2 + VA^2 + VB^2) = 2(AB^2 + AC^2 + BC^2) (3p) \Rightarrow VC^2 + VA^2 + VB^2 = \frac{AB^2 + AC^2 + BC^2}{2} \geq (6p) \\ \geq \frac{AB \cdot AC + AC \cdot BC + AB \cdot BC}{2} \Rightarrow VC^2 + VA^2 + VB^2 \geq \frac{AB \cdot AC + AC \cdot BC + AB \cdot BC}{2} (3p)$$

3. Determinați restul împărțirii numărului $13^{2^9} - 1$ la 2^{12} .

Prof. Simona Slobodeanu, Brăila

Soluție:

$$13^{2^9} - 1 = (13-1)(13+1)(13^{2^1}+1)(13^{2^2}+1) \dots (13^{2^8}+1)(10p) = 12 \cdot 14 \cdot \underbrace{(M_4+2)(M_4+2) \dots (M_4+2)}_{8 \text{ ori}} (6p) = \\ = 2^2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 2^8 (M_2+1) = 2^{11} (2b+1) (6p) = 2^{12} b + 2^{11} (6p) \Rightarrow r = 2^{11} (2p).$$